Hinweise

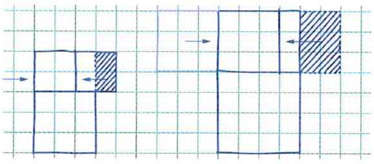
3 Um das Bildungsgesetz der Folge zu erfassen, müssen jeweils mehrere Folgeglieder verglichen werden, sodass die Konstanten und die abhängigen Grössen als solche erkannt werden.

5 Um das Muster besser erkennen zu können, könnten die Lösungen suggestiver dargestellt werden, beispielsweise mit einer Tabelle oder einer Skizze.

Lösungen

3

C Mögliche Lösung:



Figur 2 Figur 3

Gesamtes Rechteck ohne schraffierte Fläche: $(2n+1)(n+1)$

Schraffierte Fläche: $n(n-1)$

Term: $(2n+1)(n+1)+n(n-1) = 3n^2+2n+1$

4

A Mögliche Beschreibungen von Gesetzmässigkeiten:
Rot markiert sind immer die Plättchen, die von einer Zahl zur nächsten dazukommen.

In Anordnung 1 sind die Plättchen gemäss ihrem Namen als Dreieck, Quadrat und Fünfeck angeordnet, in Anordnung 2 als «Treppe».

In Anordnung 2 sieht man, dass die Höhenzunahme bei jeder Säule gleich ist: Bei den natürlichen Zahlen nimmt die Höhe der «Treppe» nicht zu. Bei den Dreieckszahlen kommt jedes Mal noch ein Plättchen mehr dazu. Bei den Quadratzahlen sind es zwei, bei den Fünfeckszahlen drei zusätzliche Plättchen.

Die Höhenzunahme ist um zwei kleiner als die Eckenzahl bei der Zahlfigur:

Dreieck ⟶ Höhenzunahme 1

Viereck (Quadrat) ⟶ Höhenzunahme 2

Fünfeck ⟶ Höhenzunahme 3

5

A **Dreieckszahl**

Figur	1	2	3	4	5	6
Anzahl Plättchen	1	3	6	10	15	21

B **Quadratzahl**

Figur	1	2	3	4	5	6
Anzahl Plättchen	1	4	9	16	25	36

C **Fünfeckszahl**

Figur	1	2	3	4	5	6
Anzahl Plättchen	1	5	12	22	35	51

Lösungen

6

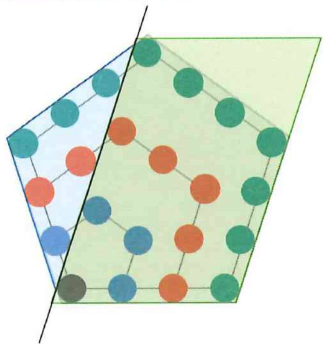
A Hundertste Quadratzahl: $100 \cdot 100 = 10\,000$

B n-te Quadratzahl: $n \cdot n = n^2$

C Zwanzigste Dreieckszahl: $\frac{1}{2}(20 \cdot 21) = 210$

D n-te Dreieckszahl: $\frac{1}{2}n \cdot (n+1)$

E

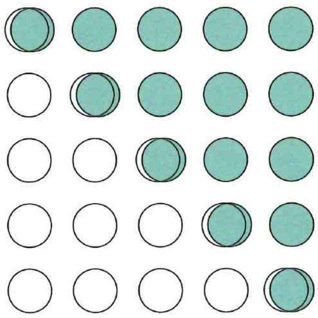


1. Figur (schwarz)	2. Figur (schwarz + blau)	3. Figur (schwarz + blau + rot)	4. Figur (schwarz + blau + rot + grün)	5. Figur	n-te Figur
$0+1$	$1+4=5$	$3+9=12$	$6+16=22$	$10+25=35$	$\frac{1}{2}(n-1) \cdot n + n^2$

7

Geometrischer Beweis

Fügt man zwei gleiche Figuren einer Folge von Dreieckszahlen so übereinander, dass sie sich in einer Reihe überschneiden, dann entsteht ein Quadrat (eine Figur aus der Quadratzahlfolge).



Algebraischer Beweis

$2 \cdot \frac{1}{2}n \cdot (n+1) - n = n^2 + n - n = n^2$